

ברצף בטוח...

מחטיבת הביניים

אל

התכון

תרגול במתמטיקה לקראת

5 יח"ל

משוואה ריבועית

פתור את המשוואות ומערכות משוואות הבאות :

<u>פתרונות</u>	
1. $x = 4$	1. $\frac{x^2 - 9}{x + 3} = x^2 - 15$
2. $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3}$	2. $6x^2 - 2x = 0$
3. $x_1 = 3\frac{2}{7}, x_2 = -2$	3. $(3x+1)^2 - 4(2x-1)^2 - x(x-1) = -(x-7)^2$
4. $x_1 = 5, x_2 = 3$	4. $3x(x-2) - x^2 = (x-3)(x+5)$
5. $x_1 = 7, x_2 = -7$	5. $x^2 + (x-8)^2 - 10 = (3x-1)(x-5)$
6. $x_1 = 0, x_2 = 2\frac{1}{4}$	6. $\frac{x+1}{2x-3} - \frac{7x}{4x^2-9} - 1 = \frac{x-4}{2x+3}$
7. $x_1 = 3, x_2 = -\frac{2}{3}$	7. $\frac{3}{x^2-2x} - \frac{3}{2} = \frac{1}{4-2x}$
8. $x_1 = 5, x_2 = -\frac{14}{13}$	8. $\frac{x+1}{2x-8} - \frac{5x+2}{3x+12} = 1 + \frac{9}{x^2-16}$
9. $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{6}$	9. $\frac{3}{1-4x^2} - \frac{2}{4x^2+4x+1} = \frac{1}{4x^2-4x+1}$
10. $x_1 = 6, x_2 = -2$	10. $\frac{x+1}{x^2+16x+64} = \frac{1}{x^2+4x-32}$
11. $(8,2), (-4,-4)$	11. $\begin{cases} x = 2y + 4 \\ x \cdot y = 16 \end{cases}$
12. $(4,1), (-8,-11)$	12. $\begin{cases} y - x = -3 \\ 2x^2 - y^2 - 2y = 29 \end{cases}$
13. $(3,2), (5\frac{2}{5}, 1\frac{1}{5})$	13. $\begin{cases} \frac{9}{x} + \frac{4}{y} = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$
14. $(2,1), (-2\frac{4}{5}, -2\frac{1}{5})$	14. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

פתרונות

15. $x = -2$

16. $x = -2$

17. $x = -10$

18. $x = -5$

19. אין פתרונות

20. $x \neq -1, x \neq 4$

21. $x_1 = 4, x_2 = -3$

22. אין פתרונות

23. $x_1 = 4.5, x_2 = 1$

24. $(2, 3)$

25. $(1, 2)$

26. $(5, -2)$

27. $(12, 15)$

28. א. $x_1 = 9, x_2 = -5$

ב. $x_1 = 6, x_2 = -14$

15. $\frac{1}{x^2 - 3x} = \frac{-4}{x^2 + 2x - 15} - \frac{1}{2x + 10}$

16. $\frac{x-1}{2x-3} - \frac{x}{x+1} = \frac{6x+1}{2x^2-x-3}$

17. $\frac{9x}{8x^2-50} + \frac{5}{2x^2-5x} = \frac{1}{x}$

18. $\frac{3}{2x+2} + \frac{4}{x^2-1} = \frac{3x}{2(x-1)^2}$

19. $\frac{x}{x-3} + \frac{1}{x+2} = \frac{4x+3}{x^2-x-6}$

20. $\frac{x-1}{x-4} - \frac{4x-1}{x^2-3x-4} = \frac{x}{x+1}$

21. $\frac{x^2-25}{x+5} = x^2-17$

22. $\frac{x^3-3x^2}{x-3} = 6x-9$

23. $11\left(\frac{1}{2x+6} - \frac{2}{11}\right) = \frac{3}{9-x^2} - 1$

24. $\begin{cases} 5x+2y=16 \\ 3x+5y=21 \end{cases}$

25. $\begin{cases} x+3(y+2)=14-x \\ 5(x-2)+2y=1-2x \end{cases}$

26. $\begin{cases} \frac{7y-1}{3} + \frac{3x+5}{10} = -3 \\ x - \frac{2}{5}(5y-1) = \frac{4y}{5} + 11 \end{cases}$

27. $\begin{cases} \frac{8}{x} + \frac{5}{y} = 1 \\ \frac{4}{x} + \frac{10}{y} = 1 \end{cases}$

28. פתור את המשוואות ללא פתיחת סוגריים:

א. $(x-2)^2 = 49$ ב. $(x+4)^2 = 100$

ביטויים אלגבריים

פרק לגורמים:

3. $50a^2 - 65a + 21$

1. $x^2 - 9x + 8$

4. $12x^2 - 17x + 6$

2. $3t^2 - 4t + 1$

כפול וחלק את השברים האלגבריים הבאים: (צמצם במידה האפשר).
רשום את קבוצת ההצבה.

7. $\frac{a^2 + a - 2}{a^2 - 4a - 12} \cdot \frac{a^2 - 1}{a^2 - 3a - 4}$

5. $\frac{a^2 + 4a}{a^2 - 2a - 3} \cdot \frac{a - 3}{a + 4}$

8. $\frac{(4a^2 - 9)^2}{(2a + 3)^2} \cdot \frac{1}{4a^2 - 10a + 6}$

6. $\frac{4m^2 + 8m}{4m^2 - 4m} : \frac{1}{12m^2 - 28m + 16}$

9. $\frac{k^2 + 5k + 4}{k^2 - 16} : \frac{k^2 + 4k + 3}{k^2 + k - 6}$

תשובות

1. $(x - 1)(x - 8)$

2. $(t - 1)(3t - 1)$

3. $(5a - 3)(10a - 7)$

4. $(3x - 2)(4x - 3)$

5. $\frac{a}{a + 1} \quad a \neq -1, a \neq 3, a \neq -4$

6. $4(m + 2)(3m - 4) \quad m \neq \frac{4}{3}, m \neq 1, m \neq 0$

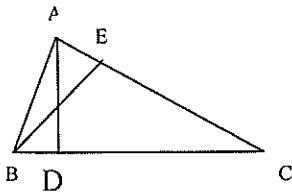
7. $\frac{(a - 1)^2}{(a - 4)(a - 6)} \quad a \neq 6, a \neq 4, a \neq -2, a \neq -1$

8. $\frac{2a - 3}{2(a - 1)} \quad a \neq -\frac{3}{2}, a \neq \frac{3}{2}, a \neq 1$

9. $\frac{k - 2}{k - 4} \quad k \neq -4, k \neq 4, k \neq -3, k \neq 2, k \neq -1$

בעיות כלליות

1. אורכי צלעות המשולש הם: 7 ס"מ, 10 ס"מ ו-13 ס"מ. הגדילו כל אחת מצלעות המשולש באותו אורך והתקבל משולש ישר זווית. מהן צלעותיו של המשולש ישר הזווית.

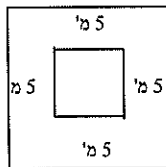


2. במשולש ABC הצלע AC גדולה ב-7 ס"מ מהגובה BE. הגובה BE גדול ב-2 ס"מ ממחצית הצלע BC. הגובה AD גדול ב-2 ס"מ מהגובה BE. חשב את אורך הגובה AD. (רמז: היעזר בשטח משולש).



3. היקפו של מלבן 70 ס"מ ואורך אלכסונו 25 ס"מ. מה שטחו של המלבן?

4. נתון מלבן שאורכו a ס"מ ורוחבו b ס"מ. את אורך המלבן מגדילים ב-20%, ואת רוחבו המלבן מגדילים ב-15%. מתקבל מלבן חדש שהיקפו גדול ב-18 ס"מ מהיקף המלבן הנתון ושטחו גדול ב-228 סמ"ר משטח המלבן הנתון. חשב את אורכי הצלעות של המלבן הנתון.



5. במרכז גינה שצורתה ריבוע שצלעו a ס"מ, בנו בריכת דגים שצלעה ריבוע. מסביב לבריכת הדגים השאירו שוליים של 5 מטר מכל צד, ושטלו בהם דשא. מצא את אורך צלע הריבוע, a, אם ידוע ששטחו גדול פי 4 משטח בריכת הדגים.

6. בכיתה י"ב 1 לומדים 40 תלמידים ובכיתה י"ב 2 לומדים 30 תלמידים. בסך הכול בשתי הכתות יחד לומדות 40 בנות. היחס בין מספר הבנים למספר הבנות בכיתה י"ב 2 גדול פי-6 מהיחס הזה בכיתה י"ב 1. כמה בנות לומדות בכל כיתה?

7. נבדקה צריכת הדלק של שני מנועים קטנים. במשך הניסוי צרך המנוע הראשון 77 סמ"ק בנזין והמנוע השני צרך 78 סמ"ק בנזין. המנוע הראשון פעל דקה אחת יותר מהמנוע השני ולכן צריכת הדלק שלו קטנה ב-2 סמ"ק לדקה מאשר השני. מהי צריכת הדלק לדקה של המנוע הראשון?

8. באביב היה מחירו של מקרר 3200 ₪. בקיץ הוזילו את מחירו ב-X% ובסתיו הוזילו את מחירו פעם נוספת ב-X%.
א. הבע את מחיר המקרר בקיץ.
ב. הבע את מחיר המקרר בסתיו.
ג. חשב את X אם נתון כי בסתיו היה מחיר המקרר 1800 ₪.

9. לאימא של דני היה סכום כסף מסוים. 40% מהסכום הוציאה לתשלום חוב ו-30% משארית הכסף הוציאה לכלכלת המשפחה, ואז נותר לה סכום של 2520 ₪. מהו סכום הכסף שהיה לה בהתחלה?

10. מחירו של מוצר מסוים היה 2000 ₪. יום אחד התייקר מחירו באחוז מסוים, וכעבור חודש התייקר באותו האחוז פעם נוספת, ואז הגיע מחירו ל-2420 ₪. באיזה אחוז התייקר המוצר בכל פעם?

11. מחיר מחשב כולל יעוץ לתפעולו היה 6000 ₪. מחיר המחשב התייקר ב-10% ומחיר היעוץ הוזל ב-20%, כך שמחיר המחשב כולל היעוץ התייקר בסל הכול ב-2.5%. מה היה מחירו של המחשב בלבד (ללא היעוץ) בהתחלה.

12. במיכל יש כמות מסוימת של מים. ביום הראשון מתנדפים 20% מהמים שבמיכל. ביום השני מתנדפים 15% משארית המים. אחרי יומיים נשארו במיכל 136 ליטר מים. מהי כמות המים שהייתה במיכל בהתחלה?

13. משכורתו של פועל ב' גדולה ב-25% ממשכורתו של פועל א' וקטנה ב-1000 ₪ ממשכורתו של פועל ג'. שלושת הפועלים משתכרים ביחד 15,000 ₪. מהי משכורתו של כל אחד מהפועלים?

14. מחירו של מוצר הוזל פעמיים. בפעם הראשונה ב-15% ולאחר זמן מסוים ב-10%.
א. האם אחוז ההוזלה הכולל (לאחר שתי ההוזלות) היה קטן, גדול, או שווה ל-25%? נמק.
ב. בכמה אחוזים הוזל המחיר לאחר שתי הפעמים יחסית למחירו ההתחלתי?

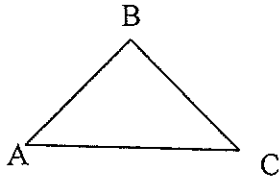
15. 200 חיילים משתי פלוגות יצאו למסע כומתה. 30% מחיילי פלוגה א' ו-20% מחיילי פלוגה ב' נשרו במשך המסע. מספר המסיימים בפלוגה א' היה קטן ב-40 ממספר המסיימים את המסע מפלוגה ב'. כמה חיילים היו בתחילת המסע בכל אחת מהפלוגות?

16. סוחר קנה שקיות גדולות של אורז ושילם תמורתן 2000 ₪. הוא ארז את האורז בשקיות קטנות יותר, כך שמספר השקיות הקטנות גדול ב-50 ממספר השקיות הגדולות שקנה, ומכר כל אחת מהשקיות במחיר הגבוה ב-2 ₪ מהמחיר ששילם הסוחר עבור שקית גדולה. בסך הכול הרוויח הסוחר בעסקה 1300 ₪. כמה שקיות גדולות קנה הסוחר?

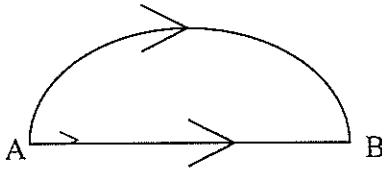
1. 9 ס"מ, 12 ס"מ, 15 ס"מ 2. 10 ס"מ 3. 300 סמ"ר 4. 15 ס"מ ו-40 ס"מ או 30 ס"מ ו-20 ס"מ 5. 5 ס"מ 6.
7. 10, 30 8. 25% 9. 6000 ₪ 10. 10% 11. 4500 ₪
12. 200 ליטר 13. 4,000 ₪, 5000 ₪, 6000 ₪ 14. 23.5% 15. 80 חיילים, 120 חיילים.
16. 500 שקיות

בעיות דרך

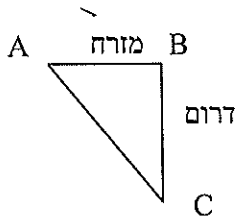
1. רכבת עוברת מידי יום מרחק של 120 ק"מ במהירות קבועה. יום אחד הקטינה את מהירותה ב-15 קמ"ש ולכן נסעה 4 שעות יותר. מה מהירותה הקבועה של הרכבת?



2. מ-A ל-C יש שתי דרכים. הדרך הראשונה היא AC שאורכה 60 ק"מ. הדרך השנייה מתחילה בעליה AB של 30 ק"מ וממשיכה בירידה BC של 40 ק"מ. מהירותו של רוכב אופניים בעליה קטנה ב-1/2 קמ"ש מזו שבמישור AC ומהירותו בירידה גדולה ב-2 קמ"ש מזו שבמישור AC. זמן הנסיעה בשתי הדרכים זהה. מה מהירותו של רוכב האופניים במישור AC? כמה פתרונות לבעיה?
3. מכונית עברה את המרחק מ-A ל-B במשך 5 שעות במהירות מסוימת. בדרכה חזרה עברה המכונית 2/5 מהדרך במהירות הקטנה ב-16 קמ"ש ממהירותה המסוימת ואת שאר הדרך עברה במהירות הגדולה ב-10 קמ"ש ממהירותה המסוימת. הדרך בחזרה נמשכה 5 שעות ו-10 דקות. מהי מהירותה של המכונית בדרכה הלוח?
4. מכונית עוברת דרך של 720 ק"מ במהירות מסוימת. לאחר שנסעה שתיים במהירותה הרגילה, התעכבה המכונית ל-24 דקות ולכן המשיכה במהירות הגדולה ב-20 קמ"ש ממהירותה הרגילה. המכונית הגיעה ליעדה שעה מוקדם יותר מהמתוכנן. מה מהירותה הרגילה של המכונית?



5. בין הנקודות A ו-B מובילות שתי דרכים. הדרך הראשונה - אורכה 20 ק"מ והשנייה אורכה ממנה ב-22.5%. מהירותו של רכב בדרך הארוכה גדולה ב-1 קמ"ש וזמן הנסיעה קטן בשעה אחת. כמה זמן נסע הרכב בכל דרך?



6. המרחק מ-B ל-C גדול ב-2 ק"מ מהמרחק מ-A ל-B. המרחק בין A ל-C הוא 10 ק"מ. (ראה שרטוט).
 א. מצא את המרחקים AB ו-BC.
 ב. שני הולכי רגל יצאו מ-A ל-C. האחד הלך מזרחה ודרומה והשני ישירות מ-A ל-C.
 מהירות ההליכה בקטע BC גדולה ב-1 קמ"ש ממהירות ההליכה בקטע AB, ומהירות ההליכה בקטע AC היא 2.5 קמ"ש.
 שני הולכי הרגל יצאו באותו זמן מ-A והגיעו יחד ל-C.
 מה הייתה מהירות ההליכה בקטע BC?
7. תלמיד הלך לביה"ס הנמצא במרחק 5 ק"מ מביתו במהירות מסוימת. לאחר שעה של הליכה התברר לו שאם ימשיך באותה המהירות יאחר 10 דקות. התלמיד הגביר את מהירותו ב-2 קמ"ש והגיע לבית הספר 6 דקות לפני הצלול. מה הייתה מהירותו ההתחלתית של התלמיד?
8. מכונית עברה מרחק של 450 ק"מ במהירות ממוצעת של 50 קמ"ש. בחלק מהדרך, שהיה כביש סלול, הייתה מהירותה של המכונית 60 קמ"ש. בחלק מהדרך, שהיה דרך עפר, הייתה מהירותה 45 קמ"ש. מה היה אורך הכביש הסלול?

9. שתי מכוניות יצאו זו לקראת זו משני מקומות שהמרחק ביניהם 750 ק"מ ונפגשו כעבור 5 שעות. המכונית הראשונה עברה 15 ק"מ ב-5 דקות פחות מאשר המכונית השנייה עשתה זאת. מה היו המהירויות של שתי המכוניות?
10. המרחק בין שתי הנקודות A ו-B שלאורך הנהר הוא x ק"מ. המים בנהר זורמים במהירות 4 קמ"ש. אדם שט בשני הכיוונים, פעם עם הזרם ופעם נגד הזרם בסך הכול ארבע וחצי שעות. לו היה שט בשני הכיוונים אותו מרחק במים עומדים משך הזמן היה 4 שעות. סמן ב- y את המהירות במים עומדים. מצא את המרחק בין הנקודות A ו-B.
11. טרקטורון נסע מישוב א' לישוב ב' על כביש ראשי במהירות קבועה. בדרך חזרה נסע הטרקטורון בדרך עפר הקצרה ב-10% מהכביש, ומהירותו קטנה ב-25%. האם זמן נסיעתו בדרך העפר היה קצר, ארוך או שווה לזמן נסיעתו בכביש? אם הזמן היה שווה הסבר מדוע, אם הזמן התקצר או התארך חשב בכמה אחוזים.
12. מה הייתה מהירות הטרקטורון בכביש הראשי, אם ידוע שאורך הכביש היה 250 ק"מ, וזמן נסיעתו בדרך העפר התארך בחצי שעה.
12. אדם רוכב על אופניו מביתו עד למקום עבודתו במהירות קבועה. אם יגדיל את מהירות רכיבתו ב-2 קמ"ש הוא יקצר את זמן רכיבתו ב-25%. אם יקטין את מהירות רכיבתו ב-2 קמ"ש הוא יאריך את זמן רכיבתו ב-120 דקות. מה המרחק בין ביתו של האדם למקום עבודתו?
13. משפחה יוצאת לטיול בהרים למרחק של 325 ק"מ מביתם. במשך שעה וחצי נסעו במהירות קבועה. לאחר מכן נסעו במשך שתיים במהירות הגדולה ב-50% ממהירות הקודמת ולאחר מכן המשיכו עוד שתיים וחצי במהירות הנמוכה ב-20% ממהירות הראשונה. מה היו המהירויות של המשפחה בשלושת פרקי הדרך?
14. רכבת עוברת מרחק של 180 ק"מ במהירות מסוימת. לאחר מכן היא מגבירה את מהירותה ב-40% ועוברת מרחק של 315 ק"מ. לו הייתה הרכבת נוסעת את כל המרחק של 495 ק"מ במהירות הראשונה, היה זמנה מתארך בשעה לעומת הזמן שנסעה בפועל. מה הייתה מהירותה של הרכבת בכל פרק של הדרך?
15. שתי רכבות עוברות מרחק של 300 ק"מ. הרכבת הראשונה עוברת את כל הדרך באותה המהירות. הרכבת השנייה נוסעת 80% מהדרך במהירות הגדולה ב-60% ממהירות הרכבת הראשונה, ואת שאר הדרך במהירות הגדולה ב-20 קמ"ש ממהירות הרכבת הראשונה. הרכבת השנייה מגיעה ליעדה שעה לפני הרכבת הראשונה. מה הייתה מהירותה של הרכבת הראשונה?
- תשובות: 1. 30 קמ"ש 2. 2 קמ"ש או 3 קמ"ש 3. 80 קמ"ש 4. 75 קמ"ש 5. 8 שעות, 7 שעות 6. א. 8 קמ"ש ב. 6 קמ"ש 7. 4 קמ"ש 8. 3 קמ"ש 9. 60 קמ"ש 10. 24 קמ"ש 11. זמן הנסיעה התארך ב-20% מהירות בכביש 100 קמ"ש 12. 24 קמ"ש 13. 50 קמ"ש, 75 קמ"ש, 40 קמ"ש 14. 90 קמ"ש, 126 קמ"ש 15. 100 קמ"ש

הפונקציה הקווית

1. מצא את משוואת הישר בסעיפים הבאים, הסבר את פתרוןך.
 - א. שיפוע הישר $\frac{1}{3}$. הישר עובר דרך הנקודה $(0,1)$.
 - ב. שיפוע הישר $-\frac{1}{2}$. הישר עובר דרך הנקודה $(-1,4)$.
 - ג. הישר עובר דרך הנקודות $(-1,5)$ ו- $(2,-4)$.
 - ד. הישר מקביל לישר $y = -x + 2$ ועובר דרך הנקודה $(-2,3)$.
 - ה. הישר מקביל לציר x ועובר דרך הנקודה $(2,-7)$.
 - ו. הישר מקביל לציר y ועובר דרך הנקודה $(-6,-1)$. (שים לב, ישר זה אינו פונקציה).

2. הביאו את המשוואות הבאות לצורה מפורשת של משוואת קו ישר: $y = mx + n$
 - א. $6x + 2y = 5$
 - ב. $y = 3x - \frac{8x + 4}{4}$
 - ג. $y = \frac{x + 4}{4} - \frac{x + 6}{6}$

3. נתונות משוואות הישרים:

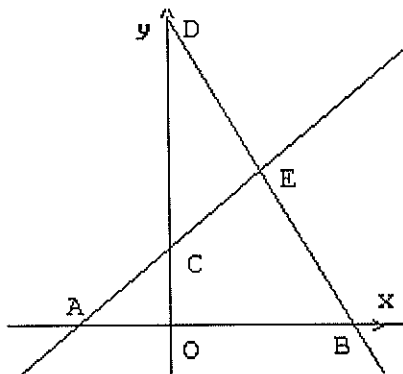
(1) $y = -\frac{1}{4}x + 1$

(2) $x = -1$

(3) $y = 3x - 0.5$

(4) $y = 2$

- א. שרטט את הישרים במערכת הצירים.
- ב. לכל אחד מהישרים קבע האם הישר עולה/יורד/מקביל לציר x /מקביל לציר y . נמק את תשובתך באמצעות השיפוע.
- ג. רשום את נקודות החיתוך של כל ישר עם ציר x ועם ציר y .
- ד. רשום ליד כל ישר באיזה תחום (עבור אילו x -ים) ערכי הפונקציה חיוביים ובאיזה תחום ערכי הפונקציה שליליים.



4. נתונות שתי פונקציות קוויות.

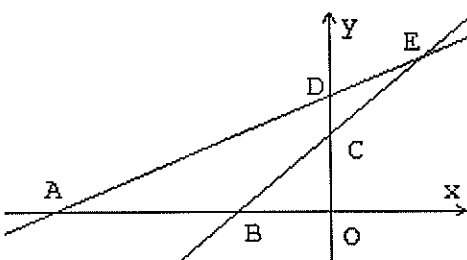
(1) $y - x = 2$ (2) $2x + y = 8$

- א. התאם לכל פונקציה את הישר המתאר אותה. נמק את תשובתך.
- ב. מצא את שיעורי הנקודות: A, B, C, D ו-E. הסבר כל שלב בפתרון.
- ג. מצא את שטחי המשולשים: $\triangle AOC$, $\triangle CDE$, $\triangle ABE$. הסבר את כל חישוביך.
- ד. מצא את שטח המרובע OCEB. הסבר את חישוביך. (רמז: ניתן להיעזר בסעיף ג')

5. נתונות שתי פונקציות קוויות.

(1) $2y - x = 6$ (2) $y - x = 2$

- א. התאם לכל פונקציה את הישר המתאר אותה. נמק את תשובתך.
- ב. מצא את שיעורי הנקודות: A, B, C, D ו-E. הסבר כל שלב בפתרון.
- ג. מצא את שטחי המשולשים: $\triangle CDE$, $\triangle ABE$. הסבר את כל חישוביך.
- ד. מצא את שטח המרובע ABCD. הסבר את חישוביך.



הפונקציה הריבועית – ייצוגים שונים

1. נתונות ארבע פונקציות:

$$f(x) = 2(x-1)(x-7)$$

$$g(x) = x^2 - 8x + 7$$

$$h(x) = 4(x-4)^2 - 4$$

$$t(x) = x^2 - 8x + 12$$

1. לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות ציינו:

- א. את ציר הסימטריה.
- ב. את שיעור קודקוד הפרבולה, וסוג הקודקוד.
- ג. את נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים.
- ד. את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.
- ה. את תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה.

II. לפניכם הגרפים של ארבע הפרבולות.

התאימו לכל גרף את הייצוג האלגברי שלו.
הסבירו את החלטתכם.

III. א. הציגו את כל הפונקציות בצורת

$$y = ax^2 + bx + c$$

ב. הציגו את כל הפונקציות בצורת

$$y = a(x-p)^2 + k$$

ג. הציגו את כל הפונקציות בצורת

$$y = a(x-m)(x-t)$$

2. לפניכם שלוש הצגות של הפונקציה $f(x)$:

הצגה סטנדרטית

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 6$$

הצגה כמכפלה

$$f(x) = 2(x+1)(x-3)$$

הצגה מוזזת

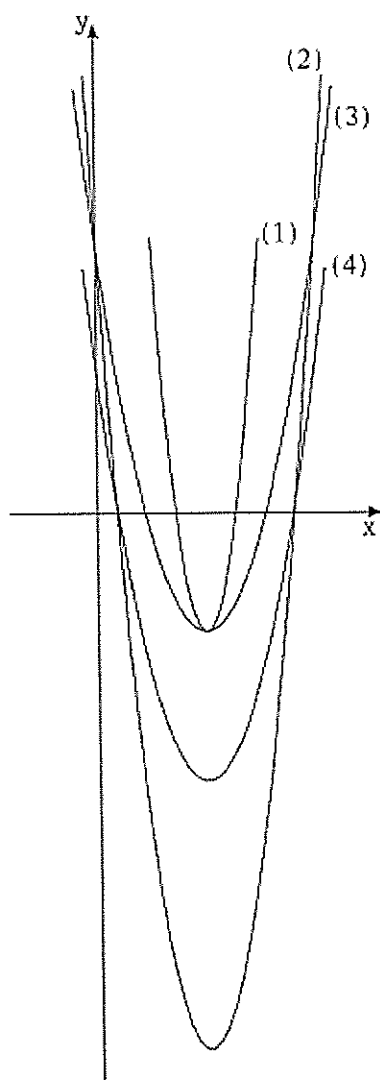
$$f(x) = 2(x-1)^2 - 8$$

א. הראו כי שלוש ההצגות מתארות אותה הפונקציה.

ב. הסתמכו על המידע הנתון בשלוש ההצגות, ומצאו את:

- שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים
- משוואת ציר הסימטריה
- שיעורי נקודת הקודקוד.

ג. שרטטו סקיצה של הגרף של $f(x)$, וסמנו בה את הנקודות שמצאתם בסעיף הקודם.

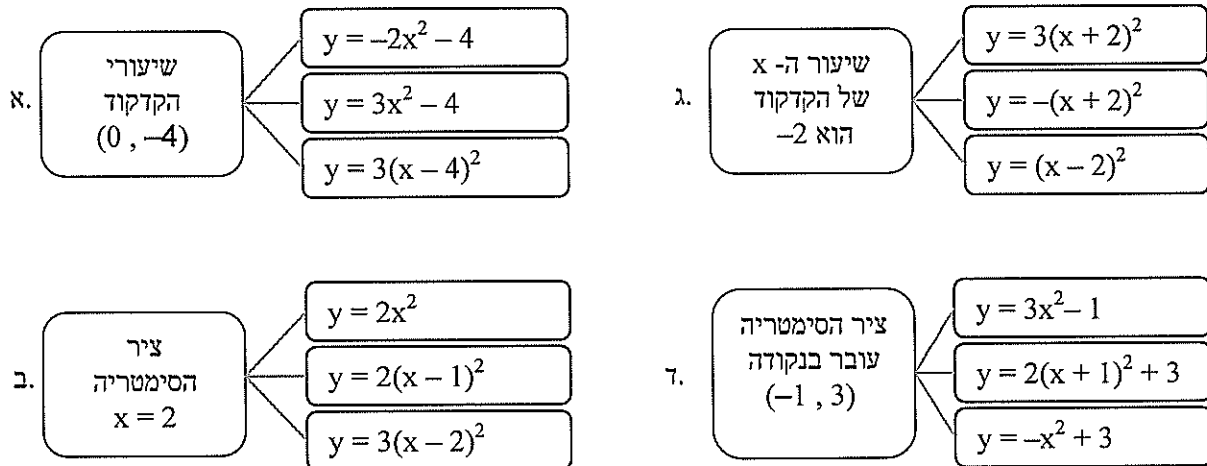


3. נתונות הפונקציות:

$$y = \frac{1}{2}x^2 \quad (1) \quad y = \frac{1}{2}(x-3)^2 \quad (2) \quad y = \frac{1}{2}(x+3)^2 \quad (3)$$

- א. סרטטו את הגרפים של שלוש הפונקציות באותה מערכת צירים.
 ב. מהם צירי הסימטריה של כל אחת מהפונקציות?
 ג. מהם שיעורי הקדקוד של כל אחת מהפונקציות?
 ד. כיצד אפשר לקבל על ידי הזזה אחת את גרף פונקציה (2) מגרף פונקציה (1)?
 ה. כיצד אפשר לקבל על ידי הזזה אחת את גרף פונקציה (3) מגרף פונקציה (2)?

4. בכל סעיף נתון מידע על פרבולה ונתונים 3 ייצוגים אלגבריים של פונקציות ריבועיות. אילו מהייצוגים מתאימים למידע הנתון?



5.

רשום נכון / לא נכון ונמק:

- (א) תתכן פרבולה שקדקודה ברביע השלישי ואין לה נקודות אפס.
 (ב) לפרבולה שקדקודה ברביע הראשון והיא "הפוכה" תמיד יש שתי נקודות אפס.
 (ג) לפרבולה שקדקודה על ציר ה- x יש רק נקודת אפס אחת.
 (ד) פרבולה שקדקודה ברביע השני ונקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y היא בחלקו החיובי, היא תמיד "ישרה".
 (ה) אין אפשרות לשרטט פרבולה החותכת את ציר ה- y בחלקו השלילי ויש לה שתי נקודות אפס.
 (ו) רק לפרבולה "ישרה" יש שתי נקודות אפס שערכי ה- x שלהן שונים בסימנם.

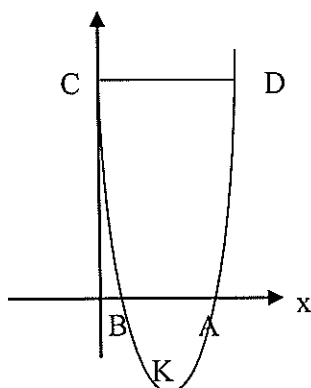
הפונקציה הריבועית – פרבולה

1. נתונה משוואת הפונקציה: $y = -2x^2 + 10x - 8$.

- א. מהן נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים?
- ב. מהו ציר הסימטריה?
- ג. מצא את שיעורי קודקוד הפרבולה וקבע אם הוא נקודת מינימום או מקסימום?
- ד. היעזר בתשובותיך לסעיפים הקודמים ושרטט את גרף הפונקציה.

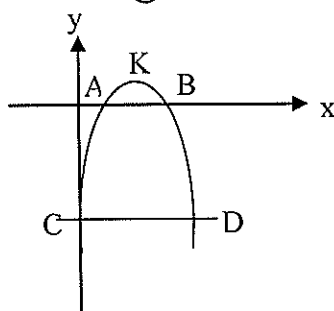
2. לפניכם גרף הפונקציה: $y = x^2 - 8x + 12$.

- א. מהם שיעורי הנקודות: A, B, C, K. (קודקוד הפרבולה)
- ב. באיזה תחום הפונקציה ערכי הפונקציה חיוביים?
- ג. באיזה תחום הפונקציה ערכי הפונקציה שליליים?
- ד. באיזה תחום הפונקציה עולה?
- ה. באיזה תחום הפונקציה יורדת?
- ו. מצא את משוואת הישר BC.
- ז. דרך הנקודה C מעבירים ישר מקביל לציר x. מקביל זה חותך את הפרבולה בנקודה D.
- 1) מהם שיעורי הנקודה D?
- 2) מה אורך הקטע CD?
- ח. מה שטחו של הטרפז ABCD? הצג והסבר את הפתרון.



3. לפניכם גרף הפונקציה: $y = -x^2 + 6x - 8$.

- א. מהם שיעורי הנקודות: A, B, C, K. (קודקוד הפרבולה)
- ב. באיזה תחום הפונקציה ערכי הפונקציה חיוביים?
- ג. באיזה תחום הפונקציה ערכי הפונקציה שליליים?
- ד. באיזה תחום הפונקציה עולה?
- ה. באיזה תחום הפונקציה יורדת?
- ו. מצא את משוואת הישר KC.
- ז. דרך הנקודה C מעבירים ישר מקביל לציר x. מקביל זה חותך את הפרבולה בנקודה D.
- 1) מהם שיעורי הנקודה D?
- 2) מה אורך הקטע CD?
- ח. מה שטחו של הטרפז ABDC? הצג והסבר את הפתרון.



4. לכל אחת מהפרבולות הרשומות, קבע מהו מספר נקודות החיתוך עם ציר X. נמק את תשובתך.

א. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 3$

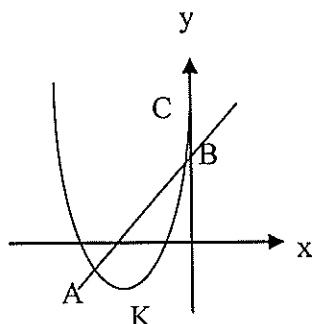
ב. $y = -x^2 - x + 2$

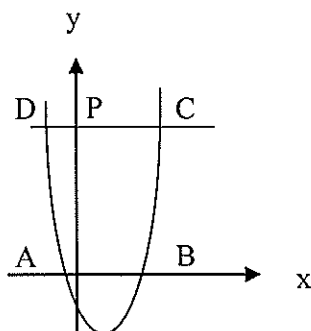
ג. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

5. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$y = x^2 + 8x + 12 \quad \text{ו-} \quad y = 2x + 7$$

- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של שתי הפונקציות.
- ב. מצא את משוואת הישר CK.
- (K קודקוד הפרבולה, C חיתוך הפרבולה עם ציר Y)
- ג. מהי נקודת החיתוך של הישר CK עם הישר הנתון?
- ד. מצא משוואת הישר המקביל לישר AB ועובר דרך הנקודה K.





6. בשרטוט גרף הפונקציה: $y = (x+1) \cdot (x-5)$

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x.

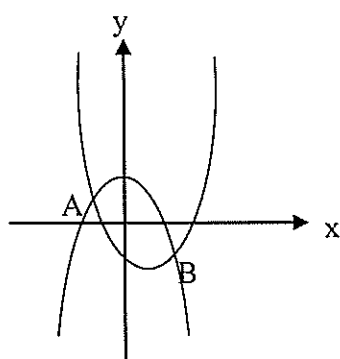
ב. דרך הנקודה $P(0,7)$ העבירו מקביל לציר x

החותך את הפרבולה בנקודות C, ו-D.

מצא את שיעורי הנקודות C, ו-D. הסבר את פתרוןך.

ג. מה שטחו של המשולש $\triangle BDC$? הסבר את פתרוןך.

ד. מה שטחו של הטרפז ABCD? הסבר את פתרוןך.



7. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 2x - 2 \quad g(x) = -x^2 + 2$$

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.

ג. מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של $f(x)$?

ד. מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של $g(x)$?

ה. מהם התחומים בהם $f(x)$ מקבלת ערכים חיוביים

ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?

ו. מהם התחומים בהם $g(x)$ מקבלת ערכים חיוביים

ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?

פונקציה קווית – תשובות

א. $y = -3x + 2.5$ (2) ב. $A(-2;0), B(4;0), C(0;2), D(0;8), E(2;4)$

ג. $S_{AOC} = 2, S_{CDE} = 6, S_{ABE} = 12$

ד. $S_{OCEB} = 16$

א. $y = x - 1$

ב. $y = \frac{1}{12}x$

(1) א. $y = \frac{1}{3}x + 1$

ב. $y = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$

ג. $y = -3x + 2$

ד. $y = -x + 1$

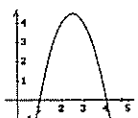
ה. $y = -7$

ו. $x = -6$

א. $A(-6;0), B(-2;0), D(0;3), E(2;4)$ (5)

ב. $S_{ABE} = 8, S_{CDE} = 1$

ג. $S_{ABCD} = 7$



פרבולה – תשובות

1. א. $(0,-8), (1,0), (4,0)$ ב. $x = 2.5$ ג. $(2.5, 4.5)$ מכסימום.

2. א. $A(6,0), B(2,0), C(0,12), K(4,-4)$ ב. $x > 6$ או $x < 2$ ג. $2 < x < 6$

ד. $x > 4$ ה. $x < 4$ ו. $y = -6x + 12$ ז. $(1, 8)$ ח. $(8, 12)$ ט. 72 יח"ר

3. א. $A(2,0), B(4,0), C(0,-8), k(3,1)$ ב. $2 < x < 4$ ג. $x > 4$ או $x < 2$ ד. $x < 3$

ה. $x > 3$ ו. $y = 3x - 8$ ז. $(1, -8)$ ח. $(6, -8)$ ט. 32 יח"ר

4. א. אין נקודות חיתוך עם ציר x. ב. שתי נקודות חיתוך עם ציר x. ג. נקודת השקה עם ציר x.

5. א. $A(-5,-3), B(-1,5)$ ב. $y = 4x + 12$ ג. $(-2.5, 2)$ ד. $y = 2x + 4$

6. א. $A(-1,0), B(5,0)$ ב. $A(6,7), D(-2,7)$ ג. 28 יח"ר ד. 49 יח"ר

7. א. $A(-1,1), B(2,-2)$ ב. $y = -x$ ג. עליה: $x > 1$ ירידה: $x < 1$ ד. עליה $x < 0$

ירידה $x > 0$ ה. $f(x) > 0$ עבור $x > 2.73$ או $x < -0.73$,

$f(x) < 0$ עבור $-0.73 < x < 2.73$, $g(x) > 0$ עבור $-1.41 < x < 1.41$,

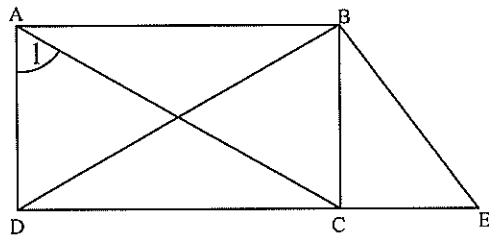
$g(x) < 0$ עבור $x > 1.41$ או $x < -1.41$

הסתברות

1. בכד אחד יש 30 כדורים צהובים, 20 – ירוקים ו- 10 כחולים. בכד שני יש 15 כדורים ירוקים ו- 20 כחולים. בוחרים באקראי כד וממנו מוציאים באקראי כדור.
מהי ההסתברות:
א. שנוציא כדור צהוב מהכד הראשון?
ב. שנוציא כדור ירוק?
ג. שנוציא כדור צהוב?
2. בכד א' 4 כדורים אדומים ו- 4 כדורים כחולים. בכד ב' 2 כדורים אדומים ו- 3 כדורים כחולים. מוציאים באקראי כדור מכד א' ומעבירים אותו לכד ב'. כעת, מוציאים באקראי כדור מכד ב'.
מה ההסתברות שהכדור שהוצא מכד ב' הוא אדום?
3. אם מרגלית יוצאת לעבודה לפני השעה 7:00 בבוקר ההסתברות שתגיע למקום עבודה תוך חצי שעה היא 0.75. אם היא יוצאת אחרי השעה 7:00, ההסתברות שתגיע למקום עבודתה תוך חצי שעה היא 0.1.
ההסתברות שמרגלית תתעורר מוקדם מספיק כדי לצאת לעבודה לפני השעה 7:00 היא 0.8.
מה ההסתברות:
א. שמרגלית תתעורר מוקדם ותגיע למקום עבודתה בפחות מחצי שעה?
ב. שמרגלית תתעורר מאוחר ותגיע למקום עבודתה בפחות מחצי שעה?
ג. שמרגלית תגיע למקום עבודתה בפחות מחצי שעה?
4. מהלומדים נהיגה מצליחים במבחן הנהיגה בפעם הראשונה.
0.6 מבין אלה שנכשלו בפעם הראשונה, עוברים בפעם השנייה.
א. מצאו את ההסתברות שתלמיד הלומד נהיגה יצטרך להבחן בפעם השלישית.
היעזר במודל עץ או במודל שטח.
ב. 0.8 מבין אלה שנכשלו במבחן נהיגה בפעם השנייה, עוברים בפעם השלישית.
מצאו את ההסתברות שתלמיד הלומד נהיגה יצטרך להבחן בפעם הרביעית.
5. בספר 180 עמודים. פותחים את הספר באקראי ומסתכלים על העמוד הימיני שהוא זוגי.
א. אילו מבין המאורעות הם מאורעות המשלימים זה את זה?
מאורע A: מספר העמוד הוא לכל היותר 80.
מאורע B: מספר העמוד מתחלק ב- 5.
מאורע C: מספר העמוד גדול מ- 80.
מאורע D: מספר העמוד זוגי.
מאורע E: מספר העמוד אינו מתחלק ב- 5.
ב. חשב את ההסתברות של המאורעות A, B, C, D, E.
6. בכד יש 5 כדורים: 2 לבנים ו- 3 שחורים. מוציאים באקראי כדור מהכד. אם הוא לבן משאירים אותו בחוץ, ואם הוא שחור מחזירים אותו לכד, מערבבים ושוב מוציאים כדור. מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוצאו יהיו בצבעים שונים?
7. בהגרלה מסוימת ההסתברות לזכות ב- 500 ₪ היא 0.3, ההסתברות לזכות ב- 1000 ₪ היא 0.2, וההסתברות לא לזכות היא 0.5. אדם משתתף בהגרלה זו פעמיים. מהי ההסתברות שיזכה בדיוק ב- 1000 ₪?
8. לכל אדם יש אחד מארבעה סוגי הדם: A, B, AB, O.
ל- 40% מהאוכלוסייה סוג דם A, ל- 20% סוג דם B, ול- 5% סוג דם AB.
א. בישוב 10,000 תושבים. כמה מבין תושבי הישוב הזה בערך, הם בעלי סוג דם A?
ב. מצא את ההסתברות שלתורם מסוים בעל סוג דם O.
ג. מצא את ההסתברות שלתורם מסוים בעל סוג דם A או B.
ד. בעלי סוג דם B יכולים לתרום דם לבעלי סוג דם B או AB.
מה ההסתברות שתורם בעל סוג דם B יכול לתרום דם לנתרם מקרי?

בעיות בגיאומטריה

שאלה מספר 1:



נתון ABCD הוא מלבן

$$BE \perp BD$$

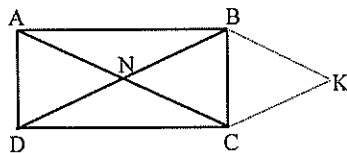
א. נתון גם $\angle A_1 = 50^\circ$

חשבו את גודלה של $\angle E$

ב. הסבירו מדוע המשולשים ADC ו DBE אינם חופפים.

תשובה: 60°

שאלה מספר 2:



מרובע ABCD הוא מלבן.

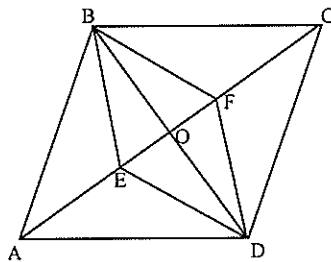
N - נקודת פגישה של האלכסונים

$$CK = DN$$

$$CK \parallel BD$$

הוכיחו כי מרובע NBKC הוא מעוין.

שאלה מספר 3:

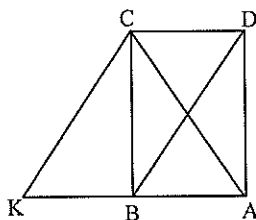


ABCD מקבילית

$$CE = AF$$

הוכיחו: המרובע EBFD הוא מקבילית

שאלה מספר 4:

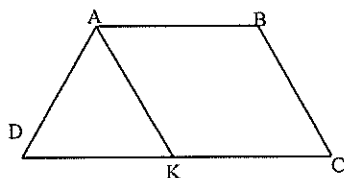


ABCD מלבן. הנקודה K על המשך AB. הקטע CK שווה לאלכסון DB.

הוכיחו: א. המשולש ACK משולש שווה שוקיים.

ב. המרובע CDBK הוא מקבילית.

שאלה מספר 5:



נתון: ABCD טרפז שווה שוקיים

$$(AD = BC, AB \parallel DC)$$

$$AK = CB$$

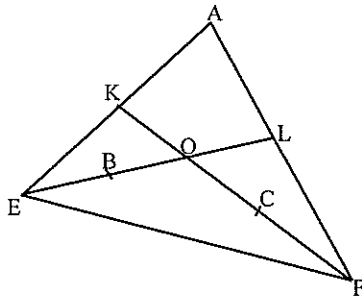
א. הוכח: BCKA מקבילית

ב. נתון: AK חוצה $\angle A$

חשבו את זוויות הטרפז.

תשובה: $120^\circ, 60^\circ$

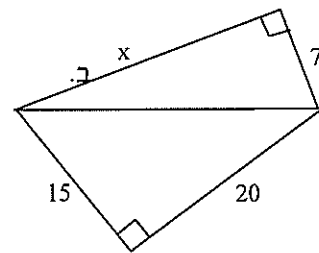
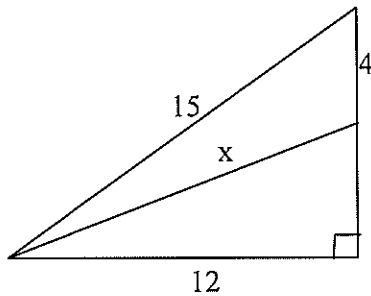
שאלה מספר 6 :



נתון: K, L אמצעי הצלעות AE, AF בהתאמה.
 O נקודת פגישה של KF ו- EL.
 B אמצע OE
 C אמצע OF
 הוכיחו:
 א. $KL = BC$
 ב. $KB = LC$
 (העבירו בניית עזר)

שאלה מספר 7 :

מצאו את ערכו של x על פי משפט פיתגורס בשרטוטים הבאים:



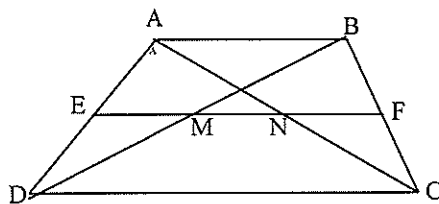
תשובה: א) 24 ב) 13

שאלה מספר 8 :

אורך אחד הניצבים במשולש ישר זווית הוא 5 ס"מ.
 מה אורך הניצב השני אם היקף המשולש 30 ס"מ?

תשובה: 12

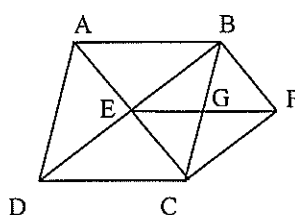
שאלה מספר 9 :



EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD ,
 AC, BD אלכסוני הטרפז ,
 החותכים את קטע האמצעים הנקודות M , N .
 נתון : $AB = 6$, $DC = 18$.
 מצא את אורך הקטע NM .

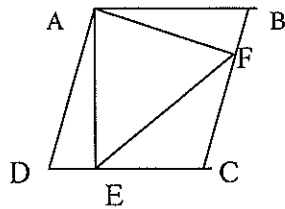
תשובה: 6

שאלה מספר 10 :



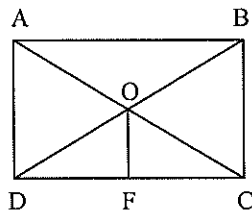
א. הוכח כי אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה.
 ב. ABCD הוא מעוין, נקודת מפגש האלכסונים.
 נתון $CF \parallel DB$, $BF \parallel AC$.
 (1) הוכח כי המרובע EBFC הוא מלבן.
 (2) נתון גם: $GF = 4$ ס"מ. חשב את היקף המעוין.
 תשובה: 32

שאלה מספר 11:



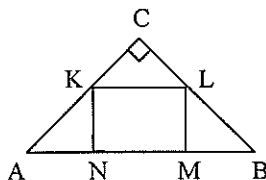
בציור נתון ABCD מעוין,
 $AF \perp BC$, $AE \perp DC$
 הוכח: א) $\angle DAE = \angle BAF$
 ב) המרובע AECF דלתון.

שאלה מספר 12:



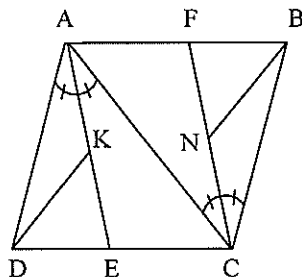
א. הוכח: אלכסוני המלבן שווים זה לזה.
 ב. במלבן ABCD, O היא נקודת מפגש האלכסונים.
 הקטע OF מאונך לצלע DC ($DC \perp OF$).
 כמו כן, נתון: $OF = 4$ ס"מ; $\angle ACD = 30^\circ$.
 (1) חשב את DB.
 (2) חשב את היקף המלבן.
 (עגל עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

שאלה מספר 13:



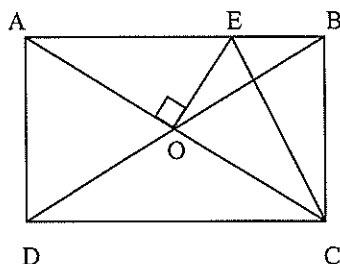
משולש ABC הוא ישר זווית ושווה שוקיים.
 KLMN הוא מלבן.
 נתון: $AB = 20$ ס"מ, $KL = 3$ ס"מ.
 חשב את היקף ושטח המלבן KLMN.

שאלה מספר 14:



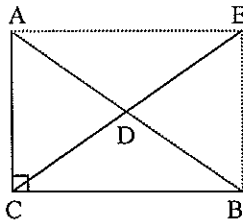
במעוין ABCD, AE חוצה זווית DAC, CF חוצה זווית ACB (ראה ציור).
 א. הוכח: המרובע AECF הוא מקבילית.
 ב. נתון כי $AK = KE$ ו- $CN = NF$.
 הוכח: $\triangle DKE \cong \triangle BNF$.

שאלה מספר 15:



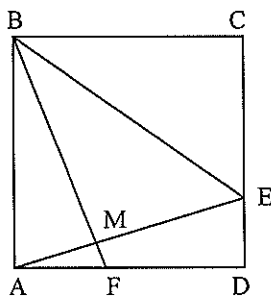
במלבן ABCD נתון: $AC \perp OE$,
 $OE = BE$ (ראה ציור).
 הוכח:
 א. משולש AEC ש"ש
 ב. $\triangle AEO \cong \triangle EBC$
 ג. מרובע OEBC הוא דלתון.

שאלה מספר 16:



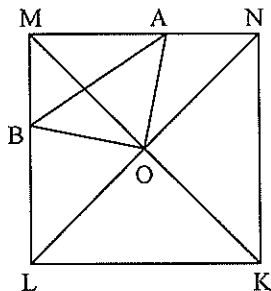
נתון משולש ABC ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$).
 CD תיכון ליתר AB
 הקטע DE הוא המשך התיכון, כך ש: $CD = DE$
 הוכח כי המרובע ACBE הוא מלבן.

שאלה מספר 17:



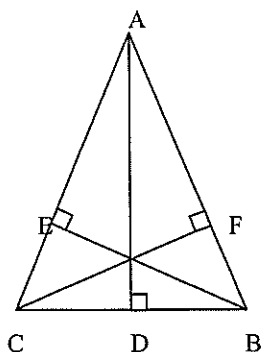
בריבוע ABCD נתון:
 $CE = DF$, $ME = BE \cdot \frac{1}{2}$ (ראה ציור).
 א. הוכח: $\angle CEM + \angle CBM = 180^\circ$
 ב. הוכח: $\angle ABF + \angle CBE = 60^\circ$

שאלה מספר 18:



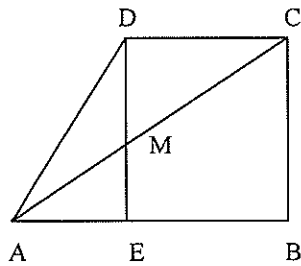
בריבוע KLMN שאלכסוניו נפגשים בנקודה O
 נתון כי $\angle AOB = 90^\circ$ (ראה ציור).
 א. הוכח: $\triangle BMO \cong \triangle ANO$.
 ב. הוכח: המשולש $\triangle AOB$ שווה שוקיים.
 ג. נתון: $AB = 2MB$. מצא את זווית: $\angle AON$.

שאלה מספר 19:



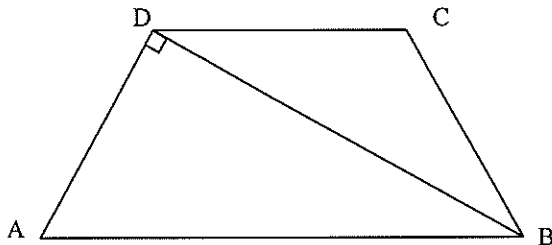
נתון משולש $\triangle ABC$.
 AD הוא גובה לצלע BC,
 BE הוא גובה לצלע AC,
 CF הוא גובה לצלע AB.
 נתון: $CD = BD$.
 א. הוכח כי המשולש $\triangle ABC$ שווה שוקיים.
 ב. הוכח כי המרובע BCEF הוא טרפז שווה שוקיים.

שאלה מספר 20:



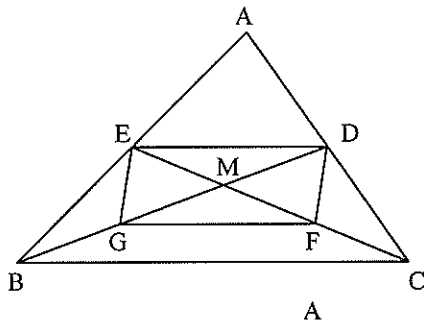
ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M.
נתון: $DM = ME$.
א. הוכח כי $AE = EB$.
ב. האנג' מ-B לאלכסון AC חותך את האלכסון
בנקודה G. הוכח כי: $GE = EB$.

שאלה מספר 21:



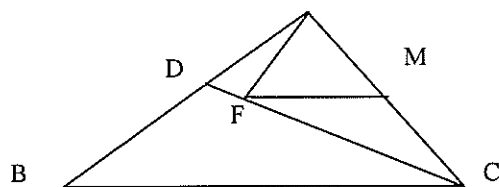
ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($BC = AD$).
BD מאונך ל AD.
BD הוא חוצה זווית CBA.
א. הוכח $CB = DC = AD$.
ב. חשב את זוויות הטרפז.
ג. נתון $AB = 10$ ס"מ. חשב את היקף הטרפז.

שאלה מספר 22:



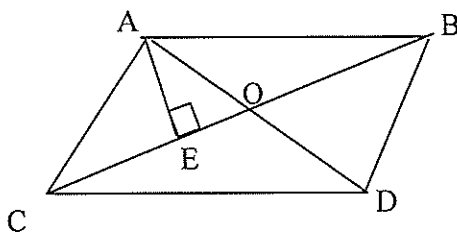
BD ו CE התיכונים לצלעות AC ו AB
במשולש ABC. התיכונים נפגשים בנקודה M.
הנקודה F היא אמצע הקטע MC
והנקודה G היא אמצע הקטע MB.
הוכח שהמרובע EFGD הוא מקבילית.

שאלה מספר 23:

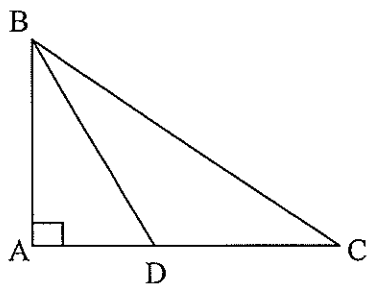


א. הוכח: אם במשולש התיכון לצלע שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה,
אזי המשולש הוא משולש ישר זווית.
ב. נתון משולש $\triangle ABC$.
CD חוצה זווית ACB ($\angle$ ראה ציור).
 $AM = MC$. MF מקביל ל BC.
הוכח: $\angle AFC = 90^\circ$.

שאלה מספר 24:



א. הוכח כי אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה.
ב. נתונה מקבילית ABCD.
הקטע BE חוצה את זווית DBC
ומאונך לאלכסון AC ($AC \perp BE$).
כמו כן נתון: $BE = 4$ ס"מ ; $BC = 5$ ס"מ.
חשב את אלכסוני המקבילית.



שאלה מספר 25:

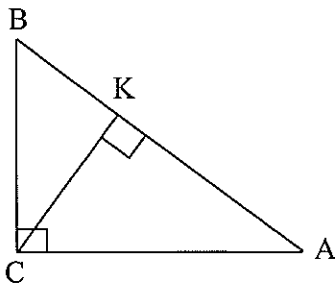
BD חוצה הזווית B במשולש ישר זווית

$(\angle A = 90^\circ)$ ABC

נתון: $\angle C = 30^\circ$, $AD = x$

א. חשב את זווית ABD

ב. הבע את AC באמצעות x.



שאלה מספר 26:

CK הוא הגובה ליתר AB במשולש ישר זווית ABC

$(\angle ACB = 90^\circ)$

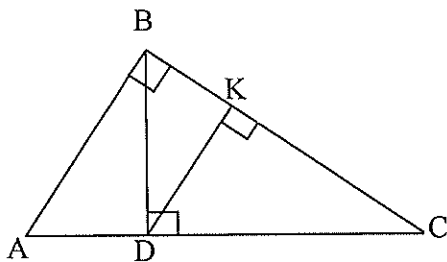
נתון: $\angle A = 30^\circ$, $AK = 12$ ס"מ

א. מצא את זווית BCK

ב. חשב את אורך הקטע BK

(הדרכה: סמן: $BK = x$)

והבע באמצעות x את הקטעים AB ו-BC)



שאלה מספר 27:

במשולש ABC נתון:

$\angle ABC = 90^\circ$

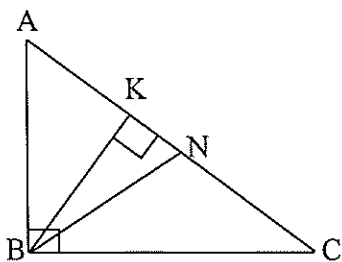
$BD \perp AC$

$DK \perp BC$

$\angle C = 30^\circ$

$DK = 6$ ס"מ

חשב את אורך הקטע AC.



שאלה מספר 28:

BK הוא הגובה ליתר AC

ו- BN הוא התיכון ליתר AC

במשולש ישר הזווית ABC

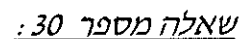
$(\angle ABC = 90^\circ)$

נתון: $\angle C = \alpha$ ($\alpha < 45^\circ$)

הבע באמצעות α את זווית KBN.



הוכח: $\angle BOK = 3 \angle ABK$



הוכח: המשולש ABC הוא ישר זווית.


$$MK = \frac{1}{2} AB \quad \text{בתוך:}$$

הוכח: $MR = \frac{1}{2} BC$



חשב את זווית KCA 4.



(סמן: $C = x$ 4 והבע בעזרת x
את הזוויות BKA ו-EAK).